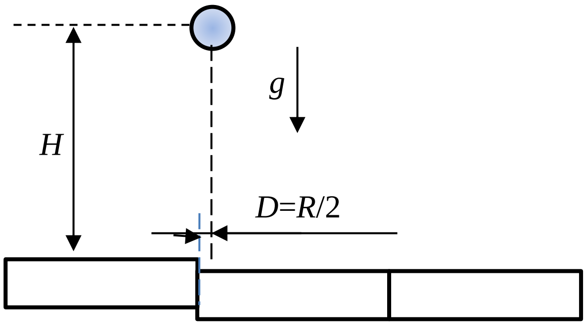
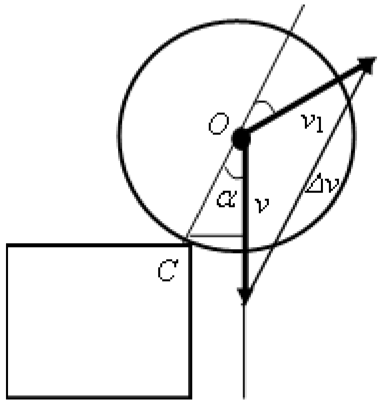
Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
10 ноября 2024 г.
10 класс



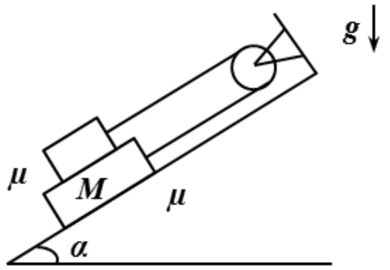
1. С высоты H на пол вертикально падает маленький шарик, упруго ударяется о край выступающей из пола доски, отскакивает и снова падает на пол. На каком расстоянии от первоначального места падения он упадет во второй раз, если траектория его первоначального падения была смещена относительно края доски на расстояние, равное половине его радиуса. Радиус шарика пренебрежимо мал по сравнению с H. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение:



Скорость шарика перед ударом $v=\sqrt{2gH}$ (2б) получается из закона сохранения энергии. Угол, образуемы этой скоростью с линией ОС, соединяющей угол доски с центром шарика равен 30° поскольку $\sin(\alpha)=D/R$ (2б). При упругом ударе сохраняется кинетическая энергия и изменение импульса Δv (1б), как и действующая сила, направлено вдоль линии OC (1б). Отсюда следует, что скорость после удара направлена под углом -α к линии OC и под углом 2α к вертикали (2б). Дистанция полета шарика после его отскока от доски $L=\frac{v^2}{g}\sin(2(90^\circ-2\alpha))=2H\sin(60^\circ)=H\sqrt{3}$ (2б)

2. Два бруска, находящиеся на плоскости с углом наклона α, связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, как показано на рисунке. Нить не провисает. Коэффициент трения между поверхностями брусков, а также между нижним бруском и поверхностью наклонной плоскости одинаков и равен μ ($tg(\alpha) > \mu$). Масса нижнего бруска равна M. При какой массе верхнего бруска он сможет скользить вверх? Ускорение свободного падения g.

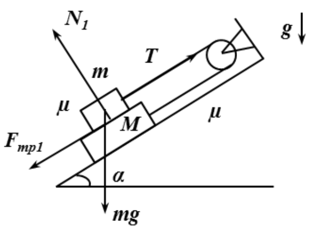


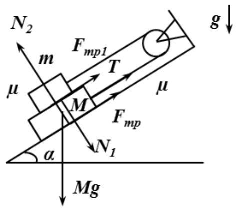
Возможное решение

Обозначим массу верхнего бруска буквой m. Для того чтобы верхний брусок скользил вверх, его масса должна быть не больше определённого значения, которое и требуется найти.

Если верхний брусок будет скользить вверх, то нижний брусок будет скользить вниз. На верхний брусок при этом будет действовать сила трения скольжения со стороны нижнего бруска. На нижний брусок будет действовать сила трения скольжения со стороны верхнего бруска и со стороны наклонной плоскости.

Искомую максимальную массу верхнего бруска найдём из условия равенства нулю суммы сил, действующих на каждый из брусков. Расставим отдельно силы, действующие на верхний и нижний брусок в соответствии с постановкой задачи (2 балла за правильное указание сил):





Применим второй закон Ньютона к верхнему и нижнему бруску (4 балла за правильную систему уравнений):

$$\begin{cases} T - F_{\text{тр}1} - mgsin(\alpha) = 0 \\ N_1 - mgcos(\alpha) = 0 \\ F_{\text{тр}1} = \mu N_1 \\ T + F_{\text{тр}} + F_{\text{тр}1} - Mgsin(\alpha) = 0 \\ N_2 - N_1 - Mgcos(\alpha) = 0 \\ F_{\text{тр}} = \mu N_2 \end{cases}$$

Решим систему уравнений и найдём максимальную допустимую массу верхнего бруска $m = \frac{M(\sin(\alpha) - \mu\cos(\alpha))}{\sin(\alpha) + 3\mu\cos(\alpha)}$ (2 балла).

Если сумма сил, действующих на верхний брусок, равна нулю, и при этом все силы трения равны силам трения скольжения, то брусок может скользить с постоянной скоростью, поэтому для скольжения масса верхнего бруска должна быть не больше найденного предельного допустимого значения (2 балла). Если ученик напишет строгое неравенство, то баллы предлагается не снимать.

Ответ

$m \le \frac{M(\sin(\alpha) - \mu\cos(\alpha))}{\sin(\alpha) + 3\mu\cos(\alpha)}$.

Возможные критерии оценивания

Критерий	Балл
Расставлены силы, действующие на бруски	2
Записаны законы Ньютона для брусков	4
Решена система и найдена предельная масса верхнего бруска	2
Записан ответ в форме неравенства	2

3. Две жестко связанные однородные палочки одинаковой длины массами $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ образуют угол $\boldsymbol{\pi/2}$ и лежат на шероховатой горизонтальной поверхности. Систему равномерно тянут с помощью нити, прикрепленной к вершине угла и параллельной поверхности. Определите угол $\boldsymbol{\alpha}$, который составляет нить с палочкой массой $\boldsymbol{m_1}$.

Возможное решение

Силы трения параллельны силе натяжения (2б)

Запишем правило моментов относительно точки крепления палочек

$$\mu m_1 g cos(\beta)\frac{L}{2} = \mu m_2 \cos(\gamma)\frac{L}{2}(2б)$$

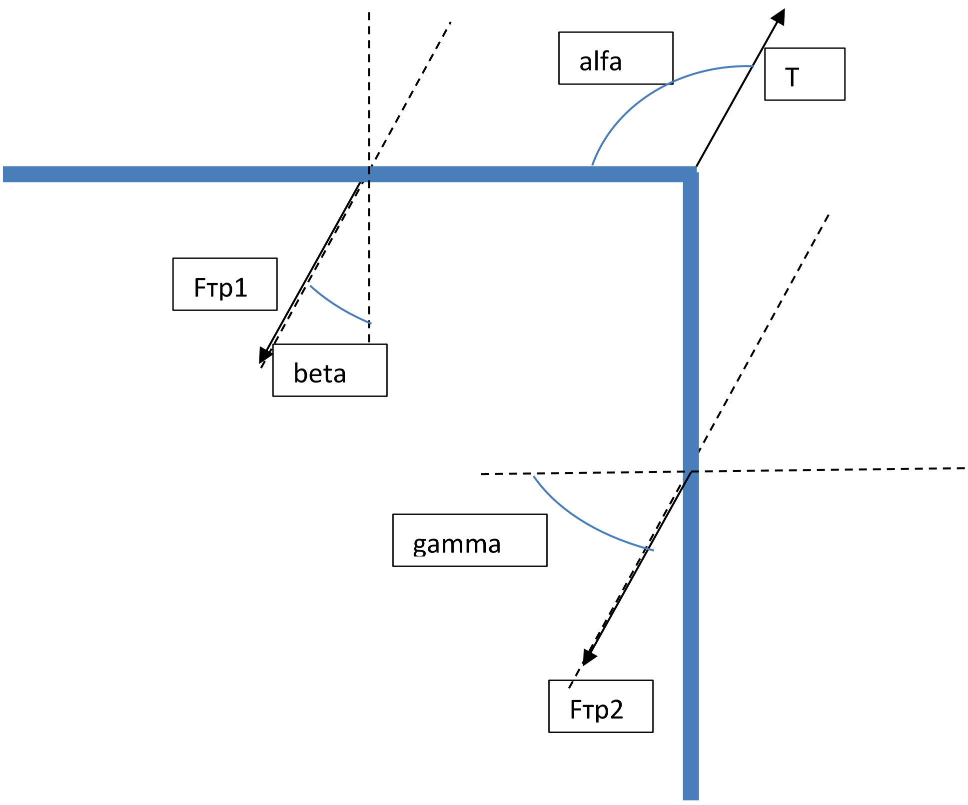
Из рисунка видно

$$\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}(2б)$$

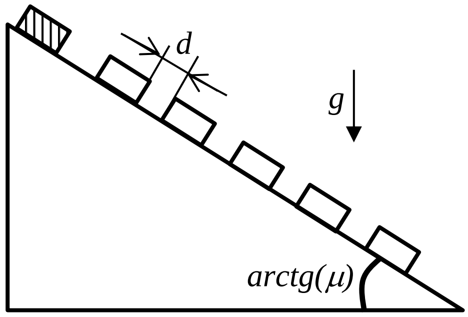
$$\gamma = \pi - \alpha(2б)$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\cos(\beta)}{\cos(\gamma)} = -tg(\alpha)(1б)$$

$$tg(\alpha) = -\frac{m_2}{m_1}(1б)$$



4. На плоскую плиту с интервалом $\boldsymbol{d}$ положили ряд одинаковых брусков. Плиту расположили под углом к горизонту, тангенс которого равен $\boldsymbol{\mu}$, где $\boldsymbol{\mu}$ - коэффициент трения между брусками и плитой. Слева ряд дополнили удерживаемым бруском, идентичный по форме и массе с рядовыми, но со скользкой нижней поверхностью, обеспечивающей его скольжение без трения. Левый брусок отпустили, он пришел в движение, ударился о второй, связка из двух брусков ударилась о третий и т.д. После многих ударов (много больше единицы) образовалась «лавина», движущаяся с некоторой периодически меняющейся скоростью. Найдите эту скорость сразу после очередного удара, если после каждого удара соседние бруски прилипают друг к другу. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.



Возможное решение

Допустим, что после очередного удара образовался «состав» из N брусков, движущийся по склону со скоростью v. За время до следующего удара «состав» будет испытывать ускорение a, $Nma = Nmg\sin(\alpha) - (N-1)\mu mg\cos(\alpha)$ (1б) и увеличит свою скорость с v до $v_1 = \sqrt{v^2 + 2ad}$ (1б). Здесь m – масса бруска, $\alpha = arctg(\mu)$ – угол между плитой и горизонталью.

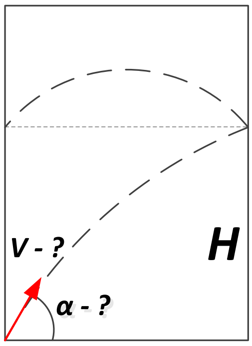
При ударе сохраняется параллельная плоскости компонента импульса системы из очередного выбиваемого бруска и «состава» набегающих брусков: $Nmv_1 = (N+1)mu$ (1б), где m – масса бруса, u – скорость «состава». В итоге $u^2 = \frac{N^2}{(N+1)^2}v^2 + \frac{N2\mu gd\sin(\alpha)}{(N+1)^2}$ (2б), или

$u^2 - v^2 = \frac{-(2N+1)}{(N+1)^2}v^2 + \frac{2N\mu gd\sin(\alpha)}{(N+1)^2}$ (1б). Нулевой разнице отвечает

$v^2 = v_0^2 = \mu gd\sin(\alpha)\frac{\mu gd\sin(\alpha)}{(1+1/2N)^2}$ (1б). Если скорость $v>v_0$, он*а уменьшается, если* $v<v_0$, *она увеличивается(1б), установившееся значение при больших N*: $v_0 = \sqrt{\mu gd\sin(\alpha)}$ (1б)

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{\mu^2 gd}{\sqrt{\mu^2+1}}}$ (1б)

5. С какой скоростью и под каким углом нужно кинуть мячик, чтобы он упруго ударившись о стенку попал точно на полку, расположенную на высоте ***H***. Расстояние до стенки ***L***.



Возможное решение

Главная идея – отзеркалить картинку относительно правой стенки

$$2L = v\cos(\alpha)t \text{ (1б)}$$

$$H = v\sin(\alpha) - \frac{gt^2}{2} \text{ (1б)}$$

$$t = \frac{2L}{v\cos(\alpha)} \text{ (1б)}$$

Из симметрии:

$$v\sin(\alpha) = \frac{3}{4}g \text{ (1б)}$$

Приравниваем время

$$\frac{2L}{v\cos(\alpha)} = \frac{v\sin(\alpha)}{g}\frac{4}{3} \text{ (1б)}$$

$$v^2 = \frac{3Lg}{2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}$$

$$H = 2Ltg(\alpha) - \frac{2L^2}{v^2\left(v\cos(\alpha)\right)^2} = 2L\frac{tg(\alpha)}{3} \text{ (2б)}$$

$$tg(\alpha) = \frac{3H}{2L} \text{ (1б)}$$

$$v^2 = \frac{g(4L^2 + 9H^2)}{4H} \text{ (1б)}$$

$$v = \sqrt{\frac{g(4L^2 + 9H^2)}{4H}} \text{ (1б)}$$

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Желаем успеха!